

COLECCIÓN

ASÍ HABLA  
EL EXTERNADO

# DISRUPCIÓN TECNOLÓGICA, TRANSFORMACIÓN DIGITAL Y SOCIEDAD



¿CUARTA REVOLUCIÓN  
INDUSTRIAL? CONTRIBUCIONES TECNOSOCIALES  
PARA LA TRANSFORMACIÓN SOCIAL

Editores:

Juan Carlos Henao  
Mario A. Pinzón-Camargo

Coordinadora general de la obra:

Constanza García Chaves

Universidad  
**Externado**  
de Colombia

135  
Años

JUAN CARLOS  
HENA O  
MARIO A.  
PINZÓN-CAMARGO  
(EDITORES)

DISRUPCIÓN TECNOLÓGICA,  
TRANSFORMACIÓN DIGITAL  
Y SOCIEDAD

TOMO I  
¿CUARTA REVOLUCIÓN INDUSTRIAL?:  
CONTRIBUCIONES TECNOSOCIALES  
PARA LA TRANSFORMACIÓN SOCIAL

UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA

*Disrupción tecnológica, transformación digital y sociedad. Tomo I, ¿Cuarta revolución industrial?: contribuciones tecnosociales para la transformación social / Alejandro Martínez [y otros] ; Juan Carlos Henao, Mario A. Pinzón Camargo (eds.). — Bogotá : Universidad Externado de Colombia. 2021.*

745 páginas : ilustraciones, gráficos, fotografías ; 24 cm. (Así habla el Externado)

Incluye referencias bibliográficas.

ISBN: 9789587905830

1. Tecnologías disruptivas 2. Innovaciones tecnológicas -- Aspectos sociales 3. Participación ciudadana -- Innovaciones tecnológicas 4. Cambio tecnológico -- Aspectos sociales 5. Patrimonio cultural -- Innovaciones tecnológicas I. Henao Pérez, Juan Carlos, 1958- , editor II. Pinzón Camargo, Mario Andrés, editor III. Universidad Externado de Colombia IV. Título V. Serie

303.4833 SCDD 21

Catalogación en la fuente -- Universidad Externado de Colombia. Biblioteca. MLV

abril de 2021

ISBN 978-958-790-583-0

© 2021, JUAN CARLOS HENAO Y MARIO A. PINZÓN-CAMARGO (EDS.)

© 2021, UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA

Calle 12 n.º 1-17 Este

Teléfono (57 1) 342 0288

publicaciones@uexternado.edu.co

www.uexternado.edu.co

Primera edición: abril de 2021

Diseño de cubierta: Departamento de Publicaciones

Corrección de estilo: Néstor Clavijo

Composición: Álvaro Rodríguez

Impresión y encuadernación: Xpress Estudio Gráfico y Digital S.A.S. - Xpress Kimpres

Tiraje de 1 a 1.000 ejemplares

Impreso en Colombia

*Printed in Colombia*

Prohibida la reproducción o cita impresa o electrónica total o parcial de esta obra sin autorización expresa y por escrito del Departamento de Publicaciones de la Universidad Externado de Colombia. Las opiniones expresadas en esta obra son responsabilidad de los autores.

ENRIQUE MATEUS-NIEVES\*

ÁLEX FERNANDO BUITRAGO HURTADO\*\*

MARCO ANTONIO FERIA URIBE\*\*\*

*Transformación digital y didáctica crítica: retos y  
barreras en la enseñanza del cálculo infinitesimal*

*Digital transformation and critical didactics: challenges  
and barriers in teaching infinitesimal calculus*

## RESUMEN

Este capítulo analizó el desarrollo de habilidades del pensamiento matemático avanzado a partir de los esquemas conceptuales asociados al proceso de enseñanza del cálculo diferencial mediado por el uso de las transformaciones digitales en estudiantes que cursan primer semestre en diferentes facultades. El análisis incluyó las seis facetas que propone el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática (epistémica, cognitiva, mediacional, interactiva, afectiva y ecológica). Es una investigación interpretativa, descriptiva, que tiene como base la información obtenida de diez grupos mediante la técnica de encuesta. Presentamos la descripción y evolución de los esquemas conceptuales previos asociados a la noción de función y límite durante el curso y al finalizar este, y cómo estas facilitan el desarrollo de habilidades matemáticas. Se evidencia que los esquemas conceptuales previos asociados al concepto de *límite* de parte de los estudiantes son enriquecidos y matizados al entrar en contacto con la teoría formal, utilizando una ruta de aprendizaje mediada por un entorno virtual de aprendizaje donde el esquema conceptual evoluciona a formal, produciendo en los estudiantes desarrollo de competencias matemáticas.

**Palabras clave:** pensamiento matemático, entorno virtual de aprendizaje, investigación diseño-acción, didáctica crítica, esquemas conceptuales.

## DIGITAL TRANSFORMATION AND CRITICAL DIDACTICS: CHALLENGES AND BARRIERS IN TEACHING INFINITESIMAL CALCULUS

### ABSTRACT

The chapter analyzed the development of advanced mathematical thinking skills from the conceptual schemes associated with the teaching process

---

\* Doctor en Educación con énfasis en Educación Matemática. Docente investigador del Departamento de Matemáticas de la Universidad Externado de Colombia. Correo-e: [enrique.mateus@uexternado.edu.co](mailto:enrique.mateus@uexternado.edu.co)

\*\* Doctor en Ciencias de la Gestión. Docente de la Facultad de Educación de la Universidad Externado de Colombia. Correo-e: [alex.buitrago@uexternado.edu.co](mailto:alex.buitrago@uexternado.edu.co)

\*\*\* Magíster en Docencia de la Matemática. Docente de medio tiempo de la Facultad de Educación de la Universidad Externado de Colombia. Correo-e: [marco.feria@uexternado.edu.co](mailto:marco.feria@uexternado.edu.co)

of differential calculus mediated by the use of digital transformations in first semester students in different faculties. The analysis included the six facets proposed by the onto-semiotic approach of mathematical cognition and instruction (epistemic, cognitive, mediational, interactional, affective, and ecological). It is an interpretative, descriptive research based on the information obtained from 10 groups by following the survey technique. We present the description and evolution of the previous conceptual schemes associated with the notion of function and limit; during and at the end of the course, and how they facilitate the development of mathematical skills. The findings evinced that the students' previous conceptual schemes associated with the concept of limit are enriched and nuanced when they came into contact with formal theory, using a learning route mediated by a virtual learning environment, where the conceptual scheme evolves into a formal one, producing in the students the development of mathematical competences.

**Keywords:** mathematical thinking, e-learning, action design research, critical didactics, conceptual schemes.

## INTRODUCCIÓN

El rechazo a las asignaturas con contenido matemático ha sido objeto de estudio en los últimos años tanto en la secundaria como en el nivel universitario (Bernad, Monferrer, Estela y Camacho, 2018). Los temas que se tratan en dichas asignaturas son percibidos por los estudiantes como complejos y difíciles de entender; por tanto, se requieren estrategias que les permitan aprender de formas alternativas. Dichas estrategias incluyen la transformación digital como uno de los pilares para mejorar la enseñanza de las matemáticas en el contexto actual.

La transformación digital aplicada a la educación ha permitido desarrollar nuevos entornos de aprendizaje que integra interacciones múltiples entre los estudiantes, la virtualidad y la docencia. Gracias a las mencionadas interacciones, han evolucionado los métodos de enseñanza, pasando del aula de clases a los cursos masivos en los que pueden llegar a participar millones de personas en cualquier lugar del mundo.

En las clases de cálculo diferencial encontramos algunas dificultades de los estudiantes para comprender, las cuales se relacionan con ciertos conceptos clave como: función, límite y continuidad derivada, entre otros. Conscientes de estas dificultades y la preocupación por superarlas, se hizo revisión de algu-

nas investigaciones como las de Garbin (2005) citando a Tall y Vinner (1981), Vinner (1983), Cornu (1983, 1991) y Sierpinska (1985, 1987a, 1987b), que comparten nuestro interés y nos permiten avanzar con otras (Valdivé, 2008; Valdivé y Garbin, 2007, 2008). Estos estudios tienen un común denominador: los conceptos clave del cálculo se sirven de las ideas intuitivas que tienen los estudiantes sobre “infinitesimal” o “el infinitamente pequeño”.

De esta forma, esta investigación se centra en algunas nociones propias del cálculo diferencial en el pensamiento de la población mencionada que toma esta asignatura, específicamente dentro de una aproximación teórica conocida como pensamiento matemático avanzado (PMA) desarrollada por Tall (1991, 1992, 1995, 2001, 2004, 2005) y Dreyfus (1990, 1991), analizando cómo la transformación digital puede mejorar el proceso cognitivo para el aprendizaje de los conceptos matemáticos. En tal sentido, cobra relevancia estudiar la evolución de los esquemas conceptuales previos asociados a este tipo de cálculo, desde la definición de *función*, *límite*, *continuidad* y *derivada* en los estudiantes que interactúan con un entorno virtual de aprendizaje que sirve de apoyo al curso presencial que se imparte.

## I. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Ante los múltiples enfoques que subyacen en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas, en particular en el nivel universitario, es pertinente desde esta diversidad tener en cuenta que las nuevas generaciones de estudiantes aprenden de manera diferente; estas nuevas lógicas, formas y estilo de aprendizaje imponen retos tanto a la academia como a los profesores universitarios dedicados a la enseñanza de las matemáticas, pues ello implica nuevas formas y de recrear su enseñanza. El reto es el paso del pensamiento matemático elemental (PME) al PMA de nuestros estudiantes. Esto puede ser posible aplicando los mecanismos de transformación digital que involucran el diseño de objetos virtuales de aprendizaje y los métodos de sistemas de información que permiten su integración en los entornos virtuales. Uno de dichas metodologías es la denominada ADR por sus siglas en inglés “action design research” (Sein, Henfridsson, Puraio, Rossi y Lindgren, 2011). La ADR involucra, por un lado, identificar el problema central, que para nuestro caso radica en qué tanto los recursos didácticos, como los entornos virtuales de aprendizaje (EVA), han sido subutilizados para la enseñanza de las matemáticas de forma

adecuada, pues los estudiantes presentan dificultades de comprensión en conceptos básicos como *función*, *límite*, *continuidad* y *derivada*, entre otros.

En síntesis, ante la problemática descrita la investigación pretende incidir en el cambio de los esquemas conceptuales que presentan los estudiantes, y por ende, en el paso del PME al PMA, la herramienta usada son las seis facetas que propone el enfoque ontosemiótico de la cognición y la instrucción matemática (EOS, en adelante), enfoque que será la base conceptual que dará sentido al diseño denominado ADR para realizar análisis a procesos de enseñanza.

#### A. PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Cómo el proceso de transformación digital incide en la evolución de los esquemas conceptuales previos, asociados al cálculo diferencial, desde el desarrollo de habilidades propias del PMA en contextos de aula mediados por una didáctica crítica en estudiantes de pregrado de distintas facultades de la Universidad Externado de Colombia?

#### B. OBJETIVO GENERAL

Identificar cómo el proceso de transformación digital incide en la evolución de los esquemas conceptuales previos asociados al cálculo diferencial, y por tanto su efecto en el desarrollo de habilidades propias del PMA en contextos de aula mediados por una didáctica crítica.

#### C. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

(1) Caracterizar las fortalezas y debilidades de la plataforma *e-Learning* de la Universidad Externado, utilizado para la enseñanza del Cálculo I para el primer semestre de universidad.

(2) En cuanto a las fortalezas y debilidades detectadas en la plataforma *e-Learning* desde las facetas epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva y ecológica, identificar la estructura del esquema conceptual propuesto, mediado por los entornos virtuales de aprendizaje.

(3) Desde la estructura del esquema conceptual identificado en el aula virtual, hacer una evaluación entre los resultados del diagnóstico, el ambiente virtual y su incidencia en el desarrollo de habilidades del PMA en los estudiantes.

(4) Formular una propuesta de mejoramiento del ambiente virtual con la pretensión de transformar en formal la estructura del esquema conceptual, desde el fortalecimiento de las facetas mencionadas, buscando el desarrollo de habilidades del PMA en los estudiantes.

## II. DIRECTRICES TEÓRICAS

Esta investigación aborda tres ejes temáticos, a saber: el primero, sobre la teoría cognitiva centrada en el PMA; el segundo, acerca de los esquemas conceptuales, y el tercero sobre la transformación digital.

### A. TEORÍA COGNITIVA CENTRADA EN EL PMA

Los procesos cognitivos que intervienen en la resolución de cuestiones que involucran conceptos matemáticos propios del PMA son procesos como el de representación, translación y abstracción. La distinción se relaciona con la característica y el nivel de los estudiantes, por ejemplo, las diferencias entre los cursos preuniversitarios y los universitarios. En Matemática Educativa se ha establecido una etapa de transición entre el PME y el PMA que debe ayudar a traspasar el aprendizaje del profesor al estudiante, incrementar en frecuencia y relevancia la demostración y la definición, favorecer los cambios del estudiante sobre la manera de realizar sus tareas de rutina y cómo trata la información y realiza los procesos matemáticos (Garbin, 2005).

Las investigaciones cognitivas presentan algunos rasgos distintivos del PMA (Tall y Vinner, 1981) interesados en los procesos de abstraer, representar y conceptualizar, relacionados con el aprendizaje de conceptos matemáticos. Siguiendo a estos autores, la definición de un concepto es una secuencia de palabras o una proposición verbal de este, fruto de su evolución histórica. Las definiciones formales son convenidas y aceptadas por la comunidad científica de los matemáticos en un momento dado (suelen encontrarse en los libros). Las definiciones personales son las que utilizan las personas (estudiantes, profesores, matemáticos) como interpretación, construcción o reconstrucción de una definición formal.

### B. ESQUEMA CONCEPTUAL

Es la estructura cognitiva que un individuo le asocia a un concepto matemático y que incluye todas las imágenes mentales asociadas al concepto en su mente,

esto es, cualquier representación del concepto: gráfica, numérica, simbólica, además de las propiedades y los procesos asociados al concepto. La parte del esquema conceptual que es activado en un tiempo particular se define como *esquema conceptual evocado*. Varias veces, aparentemente, las imágenes contrarias pueden ser evocadas. Solo cuando los aspectos contradictorios se evocan de manera simultánea tiene que haber un conflicto o una confusión, en un sentido real de aprendizaje en el estudiante. Estos conceptos han sido desarrollados, según Valdivé y Garbin (2008), por Tall (1991, 1992, 1995, 2001, 2004, 2005) y Dreyfus (1990), que han elaborado una teoría cognitiva que se relaciona con el desarrollo y crecimiento del PMA, la cual se fundamenta en aportaciones de la psicología cognitiva (en esencia, de Piaget y Bruner) y que muestra cuáles son las condiciones para en el paso del PME al PMA. Por otra parte, Tall (2005) afirma que este paso implica una transición significativa que requiere una reconstrucción cognitiva. Esta reconstrucción supone, por un lado, el paso de “descubrir” a “definir”, y por otro, el paso de “convencer” a “demostrar”.

El esquema conceptual que tiene el alumno de un concepto matemático se describe como toda la estructura cognitiva asociada al concepto, que incluye todas las imágenes mentales, las propiedades y los procesos asociados a la noción matemática (Garbin, 2005, Valdivé y Garbin, 2013). Según Vinner (citado por Sánchez, 2010), un esquema conceptual (*concept image*) es algo no verbal asociado en nuestra mente con el nombre del concepto. Puede ser “una representación visual del concepto, en caso de que el concepto tenga alguna representación visual, también puede ser una colección de impresiones o experiencias” (Sánchez, 2010, p. 12).

Según Calvo (2001) (citado por Fernández y Valdivé, 2006), los conceptos que se tratan en las matemáticas avanzadas son productos de la evolución de los conceptos tratados en las matemáticas elementales; los procesos de pensamiento que intervienen básicamente son: abstraer, analizar, categorizar, conjeturar, definir, formalizar y demostrar, pero lo que varía es el uso y frecuencia de la abstracción. Estos procesos han sido formalizados como habilidades propias del PMA. Tall (1991) expone que “el PMA es una teoría cognitiva que busca describir la naturaleza del conocimiento matemático, así como también los procesos cognitivos que emplea el estudiante para el aprendizaje de algún conocimiento matemático” (p. 5).

En las últimas tres décadas el constructo *esquema conceptual* ha ido matizándose y caracterizándose de diferentes maneras: esquema conceptual formal, esquema conceptual informal, esquema conceptual *embodied, met-before*

del mundo *embodied* y el simbolismo, esquema conceptual independiente (Garbin, 2005; Valdivé, 2008 y Valdivé y Garbin, 2008, 2010). En función de la efectividad, se distinguen *esquema conceptual eficiente* y *esquema conceptual degenerado* (Chin y Tall, 2000, 2001; Chae y Tall, 2005; Pinto y Tall, 1999, 2001; Przenioslo, 2004, 2005; Tall, 2001, 2004, 2005; Watson y Tall, 2002; Watson, Spyrou y Tall, 2004).

Cuando Valdivé y Garbin (2008, 2010, 2013) hablan de *esquema conceptual* se refieren a dos tipos de esquemas: los cognitivos y los epistemológicos. Los esquemas conceptuales en su acepción cognitiva son los conocimientos que el estudiante evoca sobre “un concepto específico y que son factibles a la investigación didáctica para simbolizar y describir cada concepto que el individuo conoce” (p. 419). Según las autoras, estos esquemas demandan labores, circunstancias y problemas que los hacen emerger, los cuales se deben categorizar en el esquema conceptual de acuerdo con los siguientes aspectos: (1) ideas que asocia el sujeto al concepto; (2) representaciones asociadas que hacen emerger la noción y representaciones propias de esta. Ambas son imágenes (dibujos, gráficas, problema o tarea); (3) procedimientos (algorítmicos, aritméticos, algebraicos, geométricos, manipulaciones simbólicas) que el sujeto activa ante la tarea cognitiva; (4) ideas representativas asociadas al objeto matemático; (5) contexto (geométrico, analítico, algebraico, aritmético o físico, no técnico) que el sujeto asocia ante la situación y (6) ejemplos y contraejemplos que el sujeto implementa para explicitar sus ideas.

Una distinción, después de aceptar cierta proximidad entre el constructo *esquema conceptual* y *de concepción*, es la acepción epistemológica del esquema conceptual. Según Valdivé y Garbin (2008, 2013), puede referirse a la evolución histórica de los conceptos matemáticos o a los tipos de conocimientos asociados a la noción matemática, y también a representaciones, procedimientos y ejemplos que los matemáticos usaron para resolver una situación en cierto contexto específico. Elementos que existen en cierto periodo histórico y que fueron aceptados por una comunidad matemática en ese lapso y en esas circunstancias particulares; aspectos tratados en las seis facetas que propone el EOS: epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva y ecológica.

Chin y Tall (citados por Valdivé y Garbin, 2008) explican que en las investigaciones actuales se observa que se establece una diferencia entre el esquema conceptual previo *met-before* y un esquema conceptual. El *met-before* se considera asociado a los conocimientos (epistémico) o a la experiencia previa (epistémico-cognitivo) que es evocada para darle sentido a una situación (eco-

lógico). Esto permite clasificar a los estudiantes en: estudiante informal, que es el que utiliza lenguaje natural, representaciones e ideas intuitivas para justificar la mayoría de sus respuestas; y estudiante formal, el que apela a definiciones y teoremas matemáticos correctamente sin usar representaciones, lenguajes naturales o intuiciones en la mayoría de sus respuestas.

Consideramos la descripción particular que hacen Tall y Vinner (1981) de la noción de esquema conceptual y la proximidad de dicho constructo a la noción de concepción, para introducir la acepción cognitiva y epistemológica del esquema conceptual que hacen los estudiantes desde la interacción con los objetos del aula virtual para Cálculo I. Respecto a la noción de *concepción*, Ruiz (1998) reconoce dos sentidos complementarios: el primero desde el punto de vista cognitivo, el cual está en conexión con los conocimientos y competencias del estudiante respecto a un objeto matemático. El segundo, desde el punto de vista epistemológico, que se identifica al estudiar tanto la génesis histórica como la evolución del concepto. Así, Ruiz (1998) señala que para un mismo concepto matemático “suceden una diversidad de puntos de vista sobre el mismo, que en su momento fueron considerados como correctos y posteriormente han sido rechazados porque otros sujetos los han revisado, completado y/o complementado” (p. 40).

La noción de *esquema conceptual* en su acepción cognitiva requiere tareas, situaciones, problemas que lo hagan emerger, representaciones, contextos, métodos, conceptos asociados a la noción y procedimientos que el sujeto usa en la solución de dichas situaciones o tareas. De ahí que en el esquema conceptual se caracterizan las ideas que el estudiante asocia al concepto y las representaciones asociadas que hacen emerger la noción y representaciones propias de esta. Estos esquemas conceptuales pueden verse representados en imágenes, dibujos, graficas, palabras, gestos, símbolos que el estudiante percibe del sujeto o concepto y que evoca ante una situación problema o tarea propuesta. Así, por un lado, se tienen los procedimientos (algoritmos aritméticos, algebraicos o geométricos, manipulaciones simbólicas) que el estudiante activa ante la tarea cognitiva propuesta; por otro lado, las ideas más representativas asociadas al objeto matemático en cuestión, además del contexto (geométrico, analítico, algebraico, aritmético o físico) que el sujeto asocia ante la situación; y finalmente, los métodos (matemáticos) que el estudiante implementa para resolver el problema.

Esto permite describir diferentes tipos de esquemas conceptuales epistemológicos que responden a las seis facetas de análisis mencionadas en el

EOS, para caracterizar un concepto en determinado tiempo de la historia. Si bien esta caracterización resulta operativa para realizar un análisis, teniendo en cuenta que se pretende realizar un estudio de los esquemas conceptuales asociados a una noción matemática en ambas acepciones, es posible afirmar que los “límites” son difusos y que hay una delgada dependencia entre ellos. Por ejemplo, a la vez que se esté representando una situación matemática, también se puede estar representando una idea de un concepto o empezando un método, todo ello en un contexto matemático específico.

Valdivé y Garbin (2008) señalan la importancia del estudio de la evolución histórico-epistemológica de un concepto matemático para realizar análisis didácticos de situaciones de aprendizaje (Artigue 1989, 1990, 1992, 1995; Berge y Sessa, 2003) y distinguen sus potencialidades y alcances. Sierpinska (1985, 1992) y Brousseau (1983) lo utilizan para identificar concepciones y obstáculos ligados al desarrollo de una noción matemática. Godino, Ruiz, Roa, Pareja y Recio (2003) lo usan en el análisis de recursos didácticos interactivos, empleando algunas herramientas de la teoría de las funciones semióticas (Godino, 2002a; 2002b). Estos autores afirman que dicho análisis permite recuperar la complejidad de los objetos matemáticos estudiados, las concepciones epistemológicas, la capacidad de interpretar las conductas y respuestas de los estudiantes y provee insumos para pensar una problematización adaptada al aula de clase.

### C. TRANSFORMACIÓN DIGITAL

El mundo se encuentra inmerso en una sociedad del conocimiento, en la que el efecto de la creación y la difusión del saber-hacer (*know-how* en inglés) sobre el desarrollo social y cultural es cada vez más crucial. A lo largo de los últimos veinte años, investigaciones sobre la conceptualización de la sociedad del conocimiento y sus consecuencias en el desarrollo social han puesto en evidencia la importancia de la información como recurso estratégico, hasta tal punto que los recursos de información, en especial la denominada *información estratégica*, están al mismo nivel que los recursos humanos, materiales o naturales. La tecnología es una herramienta que por sí sola no crea ni almacena ni difunde conocimiento y por tanto no sirve para hacer ninguna gestión de este, si no se tienen en cuenta factores relativos a las personas y a las interacciones que se dan entre ellas (Alcoba y Sélles, 2014).

En la actualidad, la tecnología multimedia<sup>1</sup> e internet<sup>2</sup> se han introducido con fuerza en el ámbito educativo. Los teléfonos inteligentes, las tabletas y los manuales digitales, entre otros, forman parte del día a día de los colegios, institutos y universidades, modificando y afianzando nuevos entornos de aprendizaje y nuevas formas de interacción. La tecnología debe ser considerada siempre un medio y no un objetivo final. Las herramientas tecnológicas pueden ser un vehículo efectivo para los aspectos didácticos que facilitan el proceso formativo. Los aspectos didácticos apoyados en herramientas tecnológicas se materializan en modelos alternativos de formación, como el *e-Learning*<sup>3</sup>.

Los avances tecnológicos han facilitado el acceso a los datos, la comunicación interpersonal y la difusión de todo tipo de información. Pero al mismo tiempo han dificultado la forma de dilucidar la información pertinente para la acción que genera el conocimiento; nos encontramos en la era del conocimiento y a la vez de la *infoxicación*<sup>4</sup>. Los *e-Learning* han tenido amplia difusión, un ejemplo son los cursos en línea abiertos y masivos (MOOC, por sus siglas en inglés), que son una modalidad de aprendizaje flexible (los participantes pueden acceder desde cualquier lugar y momento, y avanzar a su propio ritmo). Las plataformas que ofrecen MOOC han crecido exponencialmente en los últimos años y se consideran un nuevo paradigma para la democratización de la educación. Los *e-Learning* cuentan con estándares asociados a dos

- 
- 1 En términos generales, se le llama *multimedia* a todo sistema que utiliza más de un medio de comunicación al mismo tiempo en la presentación de la información, como texto, imagen, animación, video y sonido (recuperado de <https://www.uv.es/bellohc/logopedia/nrtlogo1.pdf>).
  - 2 Internet es un sistema de red conectado globalmente que utiliza un protocolo de comunicaciones para transmitir datos valiéndose de varios tipos de medios. Es una red de intercambios globales que incluye redes privadas, públicas, comerciales, académicas y gubernamentales conectadas por tecnologías guiadas, inalámbricas y de fibra óptica.
  - 3 *E-Learning* es un modelo de formación que usa las tecnologías multimedia para desarrollar y mejorar nuevas estrategias de aprendizaje. En concreto, supone la utilización de herramientas informáticas tales como internet, intranet o dispositivos móviles para llevar a cabo la acción formativa.
  - 4 El término *infoxicación* fue acuñado por Cornella (1996). Proviene del inglés *overload*, y consiste en delimitar la situación de exceso informacional en la que se tiene más información para procesar de la que humanamente es posible tratar, y, como consecuencia, brota la ansiedad.

componentes principales: (1) las plataformas y tecnologías de la información y comunicación y (2) los contenidos.

Las plataformas y tecnologías de la información y comunicación deben cumplir con los siguientes criterios vinculados al estándar SCORM<sup>5</sup> (Biscay, 2005): (1) interoperabilidad, que ofrece la capacidad de exhibir contenidos, independientemente de quién los creó y cómo. De esta forma se busca producir contenidos, independientemente de la plataforma en la cual serán incorporados. (2) Reusabilidad, la cual se enfoca en disminuir los tiempos de producción y aumentar la calidad de los contenidos. Así, en lugar de comenzar de cero para la producción de contenido, se reutiliza lo que ya existe y, de ser necesario, mejorarlo. (3) Trazabilidad, que hace referencia a la capacidad de registrar y hacer seguimiento a cada usuario y al contenido al que accede. (4) Accesibilidad, que apunta a que los contenidos necesarios estén a nuestro alcance en todo momento y puedan ser accedidos desde cualquier lugar con los dispositivos disponibles. (5) Resiliencia, que se considera como un principio destinado a impedir la obsolescencia tecnológica de los contenidos y de los estándares. En otras palabras: se habla del enfoque de adaptabilidad para los diversos contenidos producidos. (6) Escalabilidad, la cual hace referencia a la posibilidad de crecer sistemáticamente en contenidos, materiales, funcionalidad y usuarios.

En este sentido, teniendo en cuenta los anteriores elementos que deben tener las plataformas, los contenidos deben a su vez contar con determinadas características: (1) calidad de los objetos de aprendizaje (reusables y estandarizados). Es decir, que exista la posibilidad de enriquecer la calidad del recurso integrando o modificando los elementos de diseño o contenido, permitiendo reflejar los resultados obtenidos de su uso y de las experiencias obtenidas en cada iteración. (2) Pertinencia, adecuación de contenidos y su conveniencia como elementos que deben estar presentes en el desarrollo del *e-Learning*. (3) Orientación al cliente, satisfacción de requisitos, expectativas y necesidades de los clientes, relacionando cliente con usuario interno (gestores, personal, profesores) y externo (clientes, alumnos, sociedad en general). (4) Rentabili-

---

5 Del inglés *Sharable Content Object Reference Model*, traducido al español como modelo referenciado de objetos de contenido compartible. Incluye un conjunto de estándares y especificaciones que permiten crear objetos pedagógicos estructurados, con objetivos fundamentales de facilitar la portabilidad de contenido de aprendizaje, poder compartirlo y reusarlo. (Recuperado de <https://scorm.com/scorm-explained>).

dad: el uso permite un beneficio adicional, cual es la reducción de costos, ya que, entre otras cosas, admite una distribución de la enseñanza/ capacitación de forma económica, en cualquier lugar y momento. Ahorra costos en viajes y movilización, posibilita que los profesores/instructores y alumnos administren eficientemente sus tiempos y horarios, mejora el aprendizaje en los estudiantes y reduce tiempos de capacitación y costos de producción de contenidos.

En el marco de esta investigación se toma la definición de *objeto virtual de aprendizaje* propuesta por Mason, Weller y Pegler (2003) como “una pieza digital de material de aprendizaje que direcciona a un tema claramente identificable o salida de aprendizaje y que tiene el potencial de ser reutilizado en diferentes contextos”, y se le incluye a la definición el medio de difusión, es decir, que el objeto de aprendizaje pueda ser difundido por múltiples medios: computadores, tabletas, televisores y teléfonos inteligentes. Con la masificación de las tecnologías móviles, los objetos virtuales se han venido adaptando hacia fragmentos cortos pero concretos que son capaces de explicar en su integralidad un concepto (*microlearning*, Arshavskiy, 2018), como una estrategia que basa el aprendizaje en microcontenidos (*micromedia*).

### III. PROPUESTA METODOLÓGICA

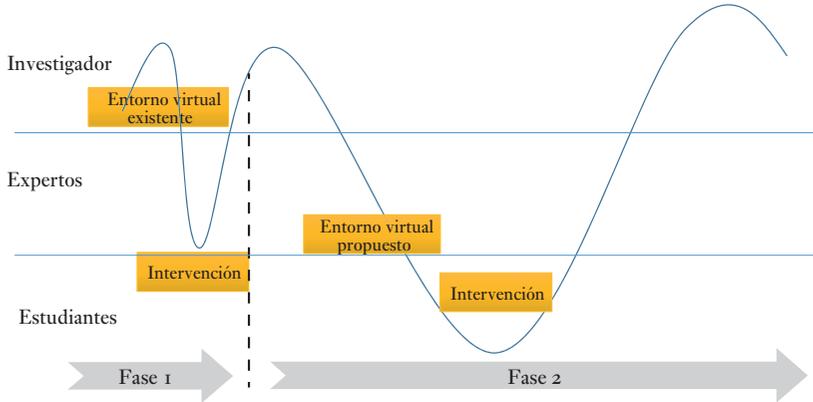
Para desarrollar el proyecto se propone un método soportado en la investigación- acción que tiene como objetivo común hacer avanzar los conocimientos fundamentales de los investigadores en la resolución de problemas de los estudiantes a partir de la construcción de conocimientos accionables<sup>6</sup>. La investigación-acción asociada al diseño de aplicaciones de *software* permite usar el método ADR. La investigación utilizará dos fases o iteraciones, que propone el método ADR (gráfico 1).

En la fase 1 se evaluará el entorno virtual que existe y se proponen acciones de mejora que permitan la evolución de los esquemas conceptuales del aprendizaje matemático. Las etapas propuestas en la fase 1 se presentan a continuación en la figura 1 y serán detalladas más adelante.

---

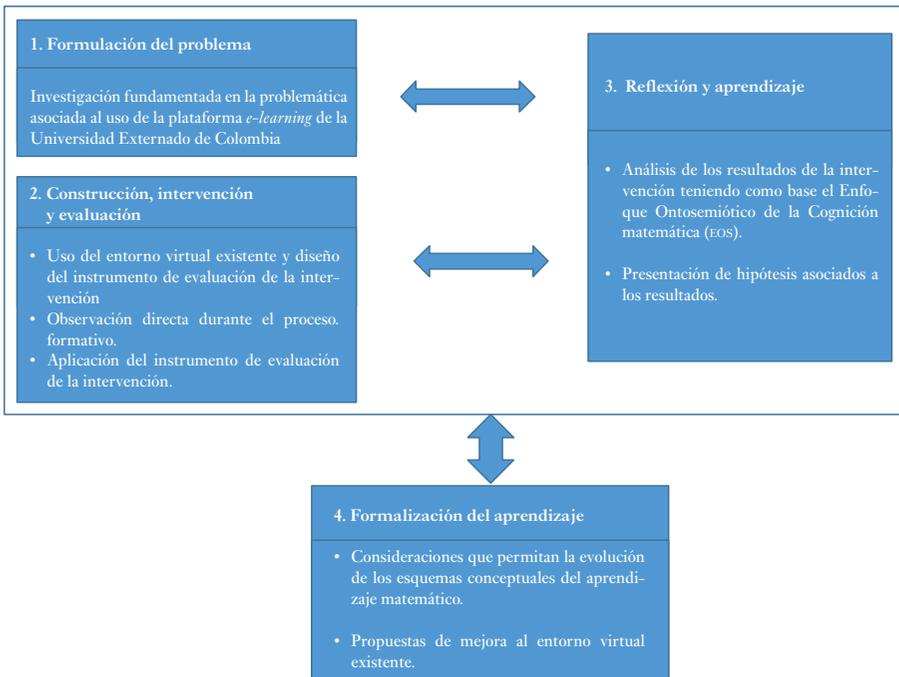
6 ARGYRIS (1996).

GRÁFICO I.  
FASES O ITERACIONES PROPUESTAS PARA LA INVESTIGACIÓN  
SOPORTADAS EN EL MÉTODO ADR



Fuente: elaboración propia.

FIGURA I.  
ETAPAS DE LA FASE I DE LA INVESTIGACIÓN



Fuente: elaboración propia.

La fase 2 tendrá en cuenta la formalización del aprendizaje de la fase 1 para la intervención de un entorno virtual mejorado con contenidos concisos, breves y estructurados para que el participante en un curso virtual pueda registrar con mayor facilidad conceptos e ideas. Las etapas de la fase 2 serán las mismas que se presentan en la figura 1, incluyendo el uso de un artefacto mejorado.

El alcance de este capítulo es detallar la fase 1 de la investigación y presentar las consideraciones necesarias para construir el artefacto de intervención (entorno virtual mejorado) para la fase 2. A continuación se describe el desarrollo metodológico de las etapas propuestas en la fase 1 de la investigación.

**(1) Etapa 1. Formulación del problema.** Caracterizamos el problema objeto de estudio identificando las fortalezas y debilidades de la plataforma *e-Learning* de la Universidad Externado a partir de la observación directa del “profesor-investigador” que tiene a cargo la enseñanza del Cálculo I para el primer semestre en tres facultades de la Universidad. Dicha caracterización se logró con el apoyo del Departamento de Matemáticas (DPM), que tiene diseñado y funcionando un Entorno Virtual de Aprendizaje para el curso Cálculo I en estas facultades soportado en la plataforma tecnológica Moodle<sup>7</sup>; sobre dicha plataforma se encuentran disponibles objetos virtuales de aprendizaje de carácter estático que incluyen documentos de ofimática (archivos de Word y Power Point) e instrucciones sobre el desarrollo de actividades en páginas HTML<sup>8</sup>.

**(2) Etapa 2. Construcción, intervención y evaluación.** Para corroborar el diagnóstico hecho se propuso una intervención con el Entorno Virtual de Aprendizaje, con la colaboración del centro de apoyo virtual de la universidad al DPM. Se tomó como primera intervención el aula virtual para Cálculo I que se encontraba disponible durante el primer semestre de 2019. Se diseñó un instrumento para recolección de datos (una encuesta aplicada a 130 estudiantes) y otro para la evaluación de la intervención, ambos apoyados en las

---

7 Moodle es un sistema de gestión de aprendizaje en línea gratuito que les permite a los educadores crear su propio sitio web privado lleno de cursos dinámicos que amplían el aprendizaje, en cualquier momento y en cualquier lugar (recuperado de <https://docs.moodle.org/310/en/Features>).

8 HTML es un lenguaje de marcado que se utiliza para desarrollar páginas de internet. Se trata de las siglas de *HyperText Markup Language*, es decir, lenguaje de marcas de hipertexto (recuperado de <https://www.w3.org/standards/webdesign>).

facetas epistémica, interaccional y mediacional, con el propósito de identificar el tipo de esquema conceptual implementado.

**(3) Etapa 3. Reflexión y aprendizaje.** Con los resultados obtenidos en la aplicación del instrumento de recolección de datos en la etapa anterior se procedió al análisis de los datos y la presentación de los elementos clave que nos ayudarán en la formalización del aprendizaje.

La reflexión se hizo desde el punto de vista teórico, teniendo como base el EOS, y desde el punto de vista práctico, estableciendo las debilidades y oportunidades de cambio para el Entorno Virtual de Aprendizaje. A continuación se detalla el proceso de reflexión.

(a) *Punto de vista teórico.* Se analizó la estructura del esquema conceptual desde las seis facetas que propone el EOS. Cabe aclarar que cada faceta se analiza en sus componentes, pero por lo extenso de estos, solo se formalizará el aprendizaje para aquellas facetas y sus componentes que han sobresalido y que pueden generar un esquema conceptual degenerado o no formal. Por ejemplo, la faceta epistémica está conformada por seis componentes, a saber: situaciones problema, lenguajes (representaciones), reglas (definiciones y proposiciones), procedimientos (estrategias), argumentos y relaciones.

(b) *Punto de vista práctico de sistemas virtuales de aprendizaje.* Se analizaron dos aspectos del Entorno Virtual de Aprendizaje: (1) facilidad de uso y (2) utilidad para el proceso de aprendizaje. La facilidad de uso está asociada a las características de acceso a los materiales de aprendizaje, de interactividad para la resolución de dudas y de diseño que permita un aprendizaje más ameno y acorde con las condiciones actuales de los estudiantes. La utilidad para el proceso de aprendizaje está asociada con el concepto de efectividad, es decir, si el Entorno Virtual de Aprendizaje cumple con el objetivo propuesto.

#### **(4) Etapa 4. Formalización del aprendizaje**

Una vez realizado el análisis, presentamos los resultados:

(a) *Resultados asociados a estructura del esquema conceptual de las facetas del EOS.* Señalamos las situaciones-problema, el lenguaje y las reglas propuestas en el aula virtual como elementos que producen esquemas conceptuales informales o degenerados, dado que a la vez que representan una situación matemática, también están representado una idea de un concepto y comenzando un método, todo ello en un contexto matemático específico. Es informal porque no se considera desde el punto de vista epistemológico estudiar tanto la génesis histórica como la evolución del concepto.

El prototipo de esquemas conceptuales encontrados en el Entorno Virtual de Aprendizaje es de tipo informal, porque la forma en que presenta los diferentes temas, tanto en la faceta epistémica como en la cognitiva, hace que el esquema conceptual que se activa en el estudiante, en un tiempo particular, genere *un esquema conceptual no evocado*, puesto que toda la estructura cognitiva que se presenta asociada al concepto debería incluir imágenes mentales, propiedades y procesos asociados a la noción matemática, tal como lo mencionan Garbin (2005) y Valdivé y Garbin (2013). La característica encontrada en dichos esquemas es que no se detienen a argumentarlas, a presentarlos paso a paso, lo que implicaría una reconstrucción de conceptos y contenidos. En cuanto a los procesos de pensamiento que intervienen, se encontró que básicamente son *definiciones y formalizaciones*, con descuido de los procesos de abstracción, análisis, categorización, conjetura y demostración, procesos que han sido formalizados como habilidades propias del PMA y que allí se descuidan.

En la faceta cognitiva sobresalen tres componentes (conocimientos previos, adaptaciones curriculares a las diferencias individuales y aprendizaje). En varias situaciones las imágenes propuestas pueden llegar a ser contrarias en los estudiantes para que puedan ser evocadas. Se manifestó cuándo los aspectos contradictorios eran evocados y simultáneamente generaron un conflicto o una confusión en los estudiantes, en un sentido real de aprendizaje, quedándose en una simple mecanización de procedimientos que no quedaron contextualizados ni intra- ni extramatemáticamente. Al respecto Tall (2005) afirma que este paso implica una transición significativa que requiere una reconstrucción cognitiva del esquema planteado.

Respecto a la faceta cognitiva, los estudiantes sugieren que la estructura y diseño actual del aula virtual no permite asignar trabajos ni tareas que deban realizarse en equipo durante las sesiones de clase. Que el diseño actual del aula la hace compleja de usar. Algunos manifiestan que no sintieron que el uso del aula les hubiera ayudado ni contribuido a nada. Solicitan que el aula virtual ofrezca más tiempo para ejecutar las pruebas planteadas allí. Que el desarrollo de los temas no siempre va a la par con la temática de la clase. Que el trabajo con el aula aumenta su carga académica.

Para la faceta mediacional sobresalen dos componentes (los recursos materiales y el tiempo). Se encontró que el aula virtual no hace uso de materiales manipulativos e informáticos que permitan introducir situaciones, lenguajes, procedimientos y argumentaciones adaptadas al significado pretendido del objeto que se enseña. Tampoco utiliza material didáctico que ayude a concep-

tualizar los temas tratados. No promueve el uso de calculadoras módulo CAS como ayuda al proceso de aprendizaje. Las definiciones y propiedades que se presentan no están contextualizadas y motivadas usando visualizaciones con la ayuda de algún *software* matemático, sino que son rígidas, monótonas. De ahí que los estudiantes no perciban que el trabajo con el aula virtual les promueva a la investigación y profundización de los temas del curso incentivando la consulta en otras fuentes bibliográficas. De estos elementos encontrados es posible inferir que el diseño actual del aula no motiva al estudiante a invertir tiempo en leer, revisar y repasar los contenidos más importantes o nucleares del tema presentado. Tampoco lo motiva a hacer inversión de tiempo en los contenidos que presentan más dificultad, enfatizándolos y profundizándolos. Tampoco le permite hacer inversión de tiempo para interactuar (*construir comunidades de aprendizaje*) con otros participantes para atender dificultades que puedan presentarse en el desarrollo de los temas propuestos.

Para la faceta afectiva sobresalen dos componentes (*intereses-necesidades y actitudes*) se encontró que los estudiantes perciben que la selección de ejercicios, problemas y tareas que se presentan son de poco interés para ellos, dado que las situaciones problema planteadas en el aula no permite valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional. Consideran que el diseño del aula no permite revisar y corregir las tareas asignadas, ni comparar respuestas, ni revisar procesos para detectar dónde se falla. También perciben que el trabajo con el aula virtual poco promovió en ellos perseverancia y responsabilidad; por ello, no promociona la autoestima ni evita el rechazo, fobia o miedo hacia las matemáticas.

En la faceta interaccional sobresalen dos componentes (*interacción docente-discente y autonomía*). Se encontró que dentro del aula virtual no se reconocen ni se resuelven los conflictos de significado de los estudiantes (no hay espacio activo para interpretar preguntas o inquietudes, no hay espacio para hacer un juego de preguntas y respuestas adecuado). El diseño actual del aula virtual no permite llegar a consensos con apoyo en el mejor argumento, puesto que no favorece la interacción entre estudiantes ni con el profesor. En cambio, sí perciben que el diseño del aula virtual permite que los estudiantes se distraigan y pierdan el rumbo de los temas tratados porque no descubren cuándo se iniciará un nuevo tema a partir de una situación previa conocida.

En la faceta ecológica sobresalen dos componentes (*apertura hacia la innovación didáctica y conexiones intra- e interdisciplinarias*). Se encontró que el diseño actual del aula virtual no se sustenta en la innovación, la investigación

y la práctica reflexiva, dado que no integra nuevas tecnologías (calculadoras, ordenadores, tecnologías de la información y la comunicación, etc.). Los temas que se presentan en el aula virtual no relacionan los temas tratados en la clase con otras áreas del saber ni proponen situaciones problema propias de otras ciencias que se solucionan con los temas que se trabajan en clase. Se limitan a un trabajo de carácter intramatemático específico de la administración).

(b) *Propuesta de mejora al Entorno Virtual de Aprendizaje*. Desde el punto de vista de facilidad de uso, se considera que el componente visual carece de diseño, lo que lo hace poco atractivo desde el punto de vista del estudiante. Los conceptos se presentan de forma estática y tradicional, lo que dificulta el aprendizaje y limita el interés del estudiante para permanecer más tiempo en la plataforma. Desde el punto de vista de la utilidad, el estudiante manifiesta que los contenidos, aunque son interesantes, no son vinculantes con las futuras prácticas profesionales. Los contenidos no incluyen ejemplos de la vida práctica, y el estudiante no es capaz de identificar situaciones de la vida real en las que pueda llegar a utilizar lo aprendido.

#### IV. PERSPECTIVAS PARA LA FASE 2 DE LA INVESTIGACIÓN

Se requiere pasar de un esquema informal a uno formal. La estructura formal para los temas del aula virtual debe ser atractiva para los estudiantes, considerando la trasposición didáctica, sin descuidar la vigilancia epistemológica de los diferentes conceptos tratados, además de incluir interactividades e incitar a los estudiantes a utilizar conceptos aprendidos en los quehaceres diarios. Para aplicar lo anterior se seleccionaron dos temas: derivadas y métodos para derivar funciones, con el ánimo de enriquecerlos desde tres facetas: *epistémica*, *interaccional* y *mediacional*. Los elementos que se deben considerar deben ser:

(1) Conocimientos previos y aprendizaje derivado de la fase 1 de la investigación.

(2) Diseño e implementación de objetos virtuales de aprendizaje con las siguientes características:

(a) Microvideos o videos de corta duración, los cuales se han convertido en una forma de expresión creativa en las redes sociales con bastante aceptación entre los jóvenes y además son capaces de transmitir mensajes de excelente repercusión (Frydenberg y Andone, 2016).

(b) Microevaluaciones o evaluaciones de conceptos puntuales, que tienen por objeto conocer de los alumnos, su experiencia de aprendizaje y lo que

están o no están aprendiendo antes de continuar con nuevos conceptos. Las microevaluaciones se complementan con la técnica de presentarles variados ejercicios resueltos.

(c) *Microblogs*, que les permite a los alumnos discutir sobre temas tratados en clase con mensajes breves facilitando la interacción con los demás estudiantes. Además, se pueden utilizar para aclarar conceptos que no se entendieron antes de continuar con nuevos conceptos.

## CONCLUSIONES

De los resultados obtenidos en la fase I se pudo comprobar que los estudiantes de la Universidad no se sienten influidos por el uso de tecnologías de información y comunicación, como el aula virtual, sino que se limitan a usar internet para buscar información asociada a cualquier trabajo investigativo. Más aún, refuerzan la idea de que internet es una herramienta muy poderosa que puede en un futuro no tan lejano sustituir el uso de la biblioteca tradicional. En efecto, los resultados de este trabajo demuestran que gran cantidad de estudiantes optan por tener como única fuente de investigación la internet y no al aula virtual, incluso si las dudas para consultar son de los temas tratados en esta. No cabe duda de que nos encontramos en una nueva sociedad, caracterizada por la irrupción de la interconectividad y las tecnologías de la información y la comunicación, en la que los jóvenes, denominados *nativos digitales*, parecen ser uno de los principales protagonistas, dado su alto nivel de conectividad.

Los estudiantes reconocen que el uso de tecnologías con fines educativos les ayuda a ser más efectivos en los procesos de aprendizaje, permitiéndoles generar productos o lograr metas de forma rápida y eficiente. Sin embargo, también aceptan que la estructura actual del aula virtual no les permite organizar trabajos grupales por redes sociales, dado que no aparecen conectadas. Acentúan que el uso de grupos en redes sociales permite enviar archivos, sistematizar información, tomar decisiones y discutir respecto de la organización, desarrollo de trabajos, tareas y ejercicios propuestos para la asignatura, y que este sería un elemento fundamental que debería ser integrado al formato del aula virtual.

Por otro lado, los beneficios desde el punto de vista de formación y aprendizaje que pueden obtener los estudiantes a partir de la interacción con las tecnologías de la información y la comunicación parecen ser poco abordados desde la estructura actual del aula virtual vigente. Si bien se ha realizado un

trabajo que busca integrar las tecnologías en educación, este responde básicamente a un proceso cuasiexperimental que trata de integrar los temas del plan de asignatura con la tecnología, pero que adolece de la falta de una estructura cimentada en bases epistémicas y cognitivas que la soporten y bases mediacionales e interactivas que motiven su uso. En este sentido, hay quienes dan por sentado que el uso de la tecnología generará beneficios *per se*, sin evidencias empíricas concretas, con lo cual el estudio respecto de cómo interactúan los jóvenes con las tecnologías y qué beneficios pueden obtener de ellas parece ser un punto abierto de investigación, principalmente en lo que se refiere al efecto del uso informal de las tecnologías de la información y la comunicación. Desde el punto de vista del alumno, el aula virtual puede llegar a ser un instrumento de aprendizaje, si se cambia el diseño y uso de esta. El objetivo será aprender los contenidos pedagógicos utilizando material informático expresado en forma didáctico-pedagógica y no de la forma plana, memorística y descontextualizada, como se hace en la actualidad.

Desde el punto de vista del profesor, el aula virtual constituye un instrumento que le ayuda en sus tareas administrativas de la clase, dado que igual le apoyan el proceso de enseñanza, pero el uso de material audiovisual, micro-video, es escaso; para las clases se privilegia el uso exclusivo del tablero. Esto quiere decir que el docente antes de ejecutar el proceso pedagógico debería seleccionar los materiales informáticos adecuados que apoyaran el desarrollo de capacidades y actitudes en los estudiantes, tarea pendiente. Esta utilización presupone del profesor un buen conocimiento de las tecnologías de la información y la comunicación y sus aplicaciones.

Se observaron una serie de barreras relacionadas principalmente con el comportamiento de los profesores encargados de enseñar la asignatura. Por ejemplo, se detectó que los docentes se han acercado tímidamente al uso e implementación de tecnología tanto en clases como en su vida cotidiana desde el uso y manejo que hacen del aula virtual que utilizaron de apoyo. Se observó que el nivel de confianza y seguridad de los profesores en el uso de las tecnologías de la información y la comunicación actúa como barrera en la adopción de tecnologías y no como una herramienta pedagógica; de ahí que identificamos tres razones de los profesores para no utilizar tecnología: (1) falta de seguridad en el uso y manejo de *software* especializado, (2) preferencia por textos y materiales tradicionales y (3) falta de conocimiento técnico en el uso de tecnología (acceder a foros, libros, artículos científicos, videos, etc.)

El resultado en la prueba, tanto de entrada como durante la primera parte de aplicación de la intervención, se comparó en función del nivel de desarrollo formal alcanzado. Los resultados sugieren que los alumnos con mayor nivel de pensamiento formal son los que mejor resuelven los problemas matemáticos propuestos en el aula virtual. Sin embargo, tan solo el 36% de ellos fueron capaces de resolver problemas en los cuales los esquemas formales están presentes. Los resultados sugieren que alcanzar el nivel de razonamiento formal no es suficiente para saber aplicarlo en buscar solución a ejercicios específicos y menos aún en problemas matemáticos concretos, siendo necesario adquirir el conocimiento concreto para llevar a cabo una correcta resolución. En ese sentido, el paso del PME al PMA se fortalecerá en la medida en que el docente tenga en cuenta el esquema conceptual de los estudiantes, y por ende, en la actividad matemática está mediado por actividades que impliquen acciones cognitivas respecto del PME y el PMA.

La variedad de esquemas conceptuales previos asociados a los infinitesimales, presentados en el aula virtual, son susceptibles de enriquecer y matizar, si se conectan con la teoría formal, en la que se haga uso de una ruta de aprendizaje mixta en la que el esquema conceptual evolucione a formal. Se percibe que en el estudiante el esquema conceptual asociado a la noción de *infinitesimal* está cargado de representaciones, conceptos asociados, ideas, ejemplos y representaciones que guardan entre sí conexiones y asociaciones con el contexto y la situación de donde emergen. La literatura en educación matemática ha mostrado que ese esquema crece si se enriquece y matiza cuando el sujeto está en contacto con teoremas, definiciones y ejemplos que requieren esa noción para su conceptualización mediante una ruta de aprendizaje mixta.

Notamos que el esquema conceptual se ve influido por ideas de tipo dinámico, estático y dual de la definición de *límite*. Pensamos que esa definición en particular, así como las que la requieren hacer que el estudiante otorgue un significado muy particular al infinitesimal, lo asocia a una función desde una dualidad. Finalmente se percibe que el alumno construye las propiedades y características del objeto matemático infinitesimal a partir de la interacción de las definiciones formales con las ideas informales. Esto nos hace pensar en una ruta de aprendizaje mixta que usa el alumno al construir sus esquemas conceptuales asociados a la noción y que bien direccionados conducen a esquemas formales.

A partir de la proximidad que existe entre la noción de *esquema conceptual* y la de *concepción*, en el marco teórico de este capítulo diferenciamos

dos acepciones en la noción de *esquema conceptual*: la cognitiva y la epistemológica. Encontramos que el aula virtual prioriza la cognitiva descuidando la epistemológica, dado que obvia las representaciones, los procedimientos y métodos que se pueden usar para resolver una situación en cierto contexto y momento histórico. Así mismo, la categorización realizada no solo provee de insumos para la interpretación o análisis posteriores, sino también para pensar en el diseño de cuestionarios, evaluaciones y entrevistas en las que se pongan de manifiesto una muestra de tareas adaptadas a los tipos de elementos que caracterizan los diferentes esquemas conceptuales que se pueden abordar en el aula virtual y que la enriquecerían.

Por último, se debe subrayar el gran potencial que tiene la educación virtual como medio efectivo en la mejora de las competencias requeridas por los estudiantes en una futura práctica profesional. Si deseamos explotar dicho potencial, es imprescindible transformar los contenidos que aseguren el aprendizaje autónomo, dirigido a las expectativas de los estudiantes. Para lograr dicho tipo de aprendizaje es necesario desarrollar competencias docentes en las nuevas tendencias de la enseñanza tales como el aprendizaje basado en problemas (ABP) y la ludificación (gamificación). Dichas tendencias sugieren el diseño de cursos netamente virtuales con componentes síncronos y asíncronos en los que el estudiante puede trazar su propia ruta de aprendizaje y el docente puede conocer las fallas durante el proceso e implementar las acciones de mejora.

#### REFERENCIAS

- ARGYRIS, C. (1996), Actionable knowledge: Design causality in the service of consequential theory. *The Journal of Applied Behavioral Science*, 32(4),390-406
- ARSHAVSKIY, M. (2018). Instructional Design for E-Learning: Essential guide to creating successful e-Learning. En *Essential guide to creating successful e-Learning courses* (2<sup>nd</sup> ed.). California: Kindle.
- ALCOBA, J., y SELLES, N. (2014). *E-Learning y gestión del conocimiento*. Buenos Aires: ProQuest Ebook Central.
- ARTIGUE, M. (1989). Epistemologie et Didactique. Université Paris VII. *Cahier de Didirem*, 3, 3-14.
- ARTIGUE, M. (1990). Epistemologie et Didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(2/3), 241-286.

- ARTIGUE, M. (1992). The importance and limits of epistemological work in didactics. *Proceedings of the 16<sup>th</sup> Annual Meeting of Psychology of Mathematics Education*. Durham, 3(16), 195-216.
- ARTIGUE, M. (1995). The role of epistemology in the analysis of teaching/learning relationship in mathematics education. *Plenary Lecture*, CMESG, *Proceedings*, 7-21.
- BERGÉ, A. y SESSA, C. (2003). Completitud y continuidad revisada a través de 23 siglos. Aportes a una investigación didáctica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6(3), 163-197.
- BERNAD MONFERRER, E., y CAMACHO, M. (2018). *Aula virtual: contenidos y elementos*. Madrid: McGraw-Hill España-ProQuest Ebook Central.
- BISCAY, E. (2005). Los estándares de *e-learning*. *Ciencia y Tecnología*, 51-25 (publicación anual de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Palermo, Buenos Aires).
- BROUSSEAU, G. (1983). Les Obstacles épistémologiques et les problemas en mathématiques. *Reserches en Didactique des Mathématiques*, 4(2), 164-198.
- CALVO, C. (2001). *Un estudio sobre el papel de las definiciones y las demostraciones en cursos pre-universitarios de Cálculo Diferencial e Integral*. (tesis doctoral). Barcelona: Universidad Autónoma de Barcelona.
- CHAE, S., y TALL, D. (2005). Student's Concept Images for Period Doublings as Embodied Objects in Chaos Theory. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 2, 121-132.
- CHIN, E., y TALL, D. (2000). Making, having and compressing formal mathematical concepts. En T. Nakara y M. Koyama (Eds.), *Proceedings of the 24th International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (2, pp. 177-184). The Netherlands: Utrecht.
- CHIN, E., y TALL, D. (2001). Developing Formal Mathematical Concepts over Time. En M. Van Den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 25th International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Educations* (4, pp. 241-248). The Netherlands: Utrecht.
- CORNELLA, A. (1996). *Información digital para la empresa: una introducción a los servicios de información electrónica*. Barcelona: Marcombo.
- DREYFUS, T. (1990). Advanced mathematical thinking. En P. Neshier y J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematical and Cognition* (pp. 113-114). Cambridge: Cambridge University Press.

- DREYFUS, T. (1991). *Advanced mathematical thinking processes*. En D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 3-21). Dordrecht-Boston-London: Kluwer Academic Publishers.
- FERNÁNDEZ, N., y VALDIVÉ, C. (2006). *Una aproximación a los esquemas conceptuales asociados al concepto de polinomio*. Ponencia. XXVIII Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, Maracaibo.
- FRYDENBERG, M. y ANDONE, D. (2016). *Creating Micro-Videos to Demonstrate Technology Learning*. Madeira (Portugal): International Association for Development of the Information Society.
- GARBIN, S. (2005). Infinito actual e inconsistencias: acerca de las incoherencias en los esquemas conceptuales de alumnos de 16-17 años. *Revista Enseñanza de las Ciencias*, 20(10), 87-110.
- GODINO, J. D. (2002a). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 22(2/3), 237-284.
- GODINO, J. D. (2002b). *Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Granada: Universidad de Granada. Recuperado de [http://www.ugr.es/local/jgodino/indice\\_tfs.htm](http://www.ugr.es/local/jgodino/indice_tfs.htm).
- GODINO, J., RUIZ, F., ROA, R., PAREJA, J. y RECIO, A. (2003). *Análisis didáctico de recursos interactivos para la enseñanza de la estadística en la escuela*. IASE Satellite Conference on Statistics Education and the Internet. Berlin, Germany, 11-12 August.
- MASON, R., WELLER, M. y PEGLER, C. (2003). *Learning in the Connected Economy. The Open University course team, IET, Open University*. UK: Milton Keynes.
- PINTO, M., y TALL, D. (1999). Students constructions of formal theory: living and extracting meaning. En *Proceedings of the 23th International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Educations* (2, pp. 41-48). Haifa: Technion.
- PINTO, M., y TALL, D. (2001). Following students' development in a traditional university classroom. En M. Van Den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 25th International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Educations* (4, pp. 57-64). The Netherlands: Utrecht.
- PRZENIOSLO, M. (2004). Images of the limit of function formed in the course of mathematical studies at the university. *Educational Studies in Mathematics*, 55 (1, 3), 103-132.
- PRZENIOSLO, M. (2005). Introducing the concept of convergence of a sequence in secondary school. *Educational Studies in Mathematics*, 60(1), 71-93.

- RUIZ, L. (1998). *La noción de función: análisis epistemológico y didáctico* (tesis doctoral, no publicada). Jaén: Universidad de Jaén.
- SÁNCHEZ, J. (2010). Una experiencia de innovación docente en métodos de investigación en educación. En *Actas del XI Congreso de Metodologías de las Ciencias Sociales y de la Salud* (pp. 475-482). Málaga: Universidad de Málaga.
- SEIN, M., HENFRIDSSON, O., PURAO, S., ROSSI, M. y LINDGREN, R. (2011). Action design research. *Management Information Systems Quarterly*, 35(1), 37-56.
- SIERPINSKA, A. (1985). La notion d'obstacle épistémologique dans l'enseignement des mathématiques. En *Actes de la 37e Rencontre Cicaem* (pp. 73-95). Leiden: Jan de Lange Jzn.
- SIERPINSKA, A. (1992). Understanding the notion of function. En G. Harel y E. Dubinsky (Eds.), *The concept functions. Aspect Epistemology and pedagogy* (pp. 25-58). Washington, DC: Mathematical Association of America.
- TALL, D. (1991). The psychology of advanced mathematical thinking. En D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 3-21). Dordrecht-Boston-London: Kluwer Academic Publishers.
- TALL, D. (1992). *Student's Difficulties in Calculus*. Plenary presentation in Working Group 3, ICME, Québec, august 1992. Mathematics Education Research Centre University of Warwick.
- TALL, D. (1995). Cognitive growth in elementary and advanced mathematical thinking. En *Proceedings of the 19th International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Educations* (pp. 61-75) Recife: Proceedings of PME.
- TALL, D. (2001). Natural and formal infinities. *Educational Studies in Mathematics*, 48(2/3), 200-238.
- TALL, D. (2004). Thinking through three worlds of mathematics. En *Proceedings of the 28<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 1-16). Bergen: Norway.
- TALL, D. (2005). The transition form, embodied thought experiment and symbolic manipulation to formal proof. En *Proceedings of the Delta Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 1-16). Austria: Frazer, Island.
- TALL, D. y VINNER, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics, with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151-169.

- VALDIVÉ, C. (2008). *Esquemas conceptuales asociados a la noción de infinitesimal y su evolución en estudiantes de Análisis Matemático* (tesis doctoral no publicada). UCLA-UNEXPO-UPEL.
- VALDIVÉ, C. y GARBIN, S. (2007). Estudio de los esquemas conceptuales epistemológicos asociados a la evolución histórica de la noción de infinitesimal. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* (en prensa).
- VALDIVE, C. y GARBIN, S. (2008). Estudio de los esquemas conceptuales epistemológicos asociados a la evolución histórica de la noción de infinitesimal, *Relime*, 11(3), 413-450.
- VALDIVE, C. y GARBIN, S. (2010). Estudio de la evolución de los esquemas conceptuales previos asociados al infinitesimal: caso del alumno (2), *Educare*, 14(3), 3-31.
- VALDIVÉ, C. y GARBIN, S. (2013). ¿Cómo piensan los estudiantes el infinitesimal antes de iniciar un curso de análisis matemático? *Paradigma*, 34(1), 117-144.
- WATSON, A. y TALL, D. (2002). Embodied action, effect and symbol in mathematical growth. En *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (4, pp. 369-376). UK: Norwich.
- WATSON, A., SPYROU, P. y TALL, D. (2004). The relationship between physical embodiment and mathematical symbolism: The concept of vector. *Educational Studies in Mathematics*, 3, 1-24.

La tercera edición de la colección “Así habla el Externado” examina el impacto que las tecnologías disruptivas y la transformación digital están teniendo sobre el conjunto de la sociedad, bajo una lente humanista e interdisciplinar, propia de nuestra institución. La Cuarta Revolución Industrial (4RI), que ha permeado todos los campos de la actividad humana y la sociedad, ofrece la inmensa oportunidad de reducir las brechas de conocimiento e ingreso económico y generar progreso social y democrático, pero puede también tener el efecto contrario. El lector y la lectora encontrarán en estos cuatro tomos reflexiones valiosas, en sus 74 escritos, para comprender en todo su alcance estas innovaciones y poder contribuir así a la construcción de realidades cada vez más incluyentes y participativas.

\* \* \* \* \*

Los avances tecnocientíficos de los últimos años han desencadenado una serie de fenómenos que constituyen lo que muchos han identificado y denominado como la “Cuarta Revolución Industrial” (4RI). Pese a la importancia de estos fenómenos y de sus efectos en las múltiples dimensiones de la sociedad, el debate sobre los mismos se ha concentrado principalmente en torno a la esfera económica, discutiendo temas de productividad y competitividad. En ese marco, este tomo ofrece una lectura alternativa y complementaria de la incidencia de los cambios tecnocientíficos que pueden ubicarse bajo la sombrilla de la 4RI. Con este propósito el presente volumen aborda, mediante un conjunto de diecinueve trabajos organizados en seis secciones, temas como la participación política, la infancia, la educación, la biotecnología, las migraciones o el género, entre otros. Los estudios que acá se presentan ofrecen profundas reflexiones en las materias que cada uno trata, y señalan la necesidad de seguir avanzando en la comprensión de la 4RI.

